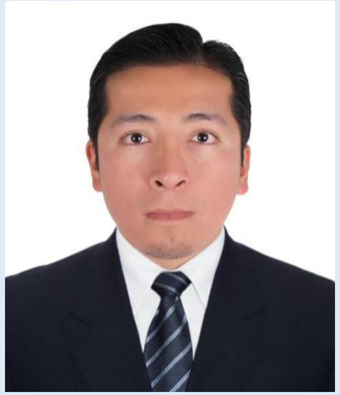

Profesor:
Max Cantoral

PITAGORAS ACADEMIA

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

GRUPO PITÁGORAS

LÓGICA PROPOSICIONAL

PROPOSICIÓN

Oración aseverativa , es decir su característica principal es ser verdadera (V) o falsa (F), generalmente se expresan como oraciones declarativas, además, cumplen una función informativa señalando acontecimientos, hechos que se dan en la realidad objetiva.

EJEMPLOS :

La tierra es un satélite. ...(F)

César Vallejo no fue literato ...(F)

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ...(V)

Además: No son proposiciones

1. ¿Quieres ser mi enamorada?
2. !Ayúdame¡
3. x + y = z
4. Más vale pájaro en mano que ciento volando

También:

Son proposiciones	No son proposiciones
- Las oraciones aseverativas - Las Leyes Científicas - Las fórmulas matemáticas - Fórmulas y/o esquemas lógicos - Los enunciados cerrados o definidos	- Los hechos o personajes literarios - Los proverbios, modismos y refranes - Creencias religiosas, supersticiones y mitos - Las frases con signos de exclamación y las preguntas - Las órdenes o mandatos

NOTA

En casos muy excepcionales, las preguntas y admiraciones pueden ser proposiciones .

EJEMPLO :

¿Acaso el castellano tiene 29 letras?

¡La ballena había sido un mamífero!

LÓGICA PROPOSICIONAL

CLASIFICACIÓN DE LAS PROPOSICIONES

I) SIMPLES , ATÓMICAS O ELEMENTALES

Son aquellas que carecen de enlaces lógicos o conjunciones gramaticales y también del adverbio de negación: **"NO"**; esto hace que no se puedan dividir

a) PREDICATIVAS: Son aquellas que atribuyen o afirman una característica respecto del sujeto, presentan la siguiente forma :

S es **P**

EJEMPLO :

$\underbrace{\text{Las matemáticas}}_{\text{Sujeto}}\ \underbrace{\text{es}}_{\text{Verbo}}\ \underbrace{\text{una ciencia}}_{\text{Predicado}}$

b) RELACIONALES: Aquellas que establecen un nexo entre dos o más sujetos. Este nexo no puede eliminarse razón por la cual un sujeto dependerá del otro necesariamente; las relaciones pueden ser por afinidad, ubicación o grado. Presentan la siguiente forma : **A** relación **B**

EJEMPLO :

$\underbrace{\text{Pancho}}_{\text{A}}\ \text{y}\ \underbrace{\text{Manuela}}_{\text{B}}\ \underbrace{\text{se aman}}_{\text{Relación por afinidad}}$

$\underbrace{\text{Mi abuelo fue tú contemporáneo.}}_{\text{Relación de Grado}}$

LÓGICA PROPOSICIONAL

II) PROPOSICIONES COMPUESTAS O MOLECULARES (O COLIGATIVAS) :

Son aquellas que están formadas por 2 o más proposiciones simples que se unen mediante enlaces o conectivos lógicos (“y”, “o”, “entonces”, … , etc.)

Además el adverbio de negación “NO” que afecte a una proposición simple, formará una proposición compuesta

EJEMPLO

$$\underbrace{\text{Vizcarra es presidente}}_{\text{Proposición Simple}}\ \overset{\text{Conectivo Lógico}}{\text{y}}\ \underbrace{\text{yo cachimbo}}_{\text{Proposición Simple}}$$

No es cierto que tú seas varón

CLASIFICACIÓN DE LAS PROPOSICIONES COMPUESTAS

A) CONJUNTIVAS ($\wedge$) :

Sus formas gramaticales son: «y», «pero», «aunque», «sin embargo», «no obstante «también», «así como», «a la vez», «tal como», «tanto como», «al igual que», «incluso», «así mismo», … etc.

EJEMPLO :

$$\underbrace{\text{Yo soy padre de familia}}_{p}\ \underbrace{\text{y}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{tu eres universitario}}_{q}$$

$$\underbrace{\text{Eres varón de día,}}_{p}\ \underbrace{\text{pero}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{mujer de noche.}}_{q}$$

Simbolización : $p \wedge q$ (se lee : p y q)

LÓGICA PROPOSICIONAL

TABLA DE VERDAD :

La conjunción es verdadera sólo si sus componentes son verdaderas

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

B) DISYUNCIÓN DÉBIL O INCLUSIVA ($\vee$):

Cuando es posible que sus miembros componentes sean aceptados a la vez. Sus formas gramaticales son: **«o»**, **«u»** , **«salvo»**, **«a menos que»** , **«excepto»** .

EJEMPLO:

$\underbrace{\text{Estudio}}_{p}\ \underbrace{\text{o}}_{\vee}\ \underbrace{\text{me caso}}_{q}$

$\underbrace{\text{Ingresaré,}}_{p}\ \underbrace{\text{salvo}}_{\vee}\ \underbrace{\text{que me enamore}}_{q}$

Simbolización : **$p \vee q$** (se lee: **"p"** o **"q"**)

TABLA DE VERDAD :

La disyunción es falsa solo si sus componentes son falsas, en otros casos será verdadera .

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

LÓGICA PROPOSICIONAL

C) DISYUNCIÓN FUERTE O EXCLUSIVA (Δ):

Cuando sólo uno de sus miembros puede ser aceptado , el otro queda inválido. Sus formas gramaticales son: «o … o …», «o» (en sentido excluyente).

EJEMPLO:

$\underbrace{\text{O eres varón}}_{p}\ \underbrace{\text{o}}_{\Delta}\ \underbrace{\text{eres mujer}}_{q}$

$\underbrace{\text{Nací en el Perú}}_{p}\ \underbrace{\text{o}}_{\Delta}\ \underbrace{\text{en el extranjero}}_{q}$

Simbolización : $p \Delta q$ (Se lee: o "p" o "q")

TABLA DE VERDAD :

La disyunción exclusiva es verdadera sólo si sus componentes tienen valores diferentes, caso contrario será falsa .

p	q	$p \Delta q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

D) CONDICIONALES ($\rightarrow$) :

Son aquellas proposiciones que se relacionan mediante la conjunción condicional :
"si … entonces …" o sus expresiones equivalentes.

LÓGICA PROPOSICIONAL

EJEMPLO:

Si estudias entonces triunfarás

> La proposición condicional consta de 2 elementos, el antecedente y el consecuente

Causa | Efecto

Si $\underbrace{\text{antecedente}}_{p}$ $\boxed{\text{entonces}} \Rightarrow$ $\underbrace{\text{consecuente}}_{q}$

EJEMPLO :

Si $\underbrace{\text{estudio}}_{p}$ $\underbrace{\text{luego}}_{\rightarrow}$ $\underbrace{\text{triunfo}}_{q}$

$\underbrace{\text{De la pereza}}_{p}$ $\underbrace{\text{deviene,}}_{\rightarrow}$ $\underbrace{\text{la pobreza}}_{q}$

Simbolización: $p \rightarrow q$ (Se lee: "p" entonces "q")

I) CONDICIONAL DIRECTA ($p \rightarrow q$):

Antecedente y consecuente van en ese orden respectivo , sus formas gramaticales son :

* Si **p** entonces **q**
* **p** implica **q**
* **p** por lo tanto **q**
* **p** conclusión **q**
* **p** luego **q**
* **p** por consiguiente **q**
* **p** de ahí que **q**
* **p** de modo que **q**
* **p** deviene **q**
* dado **p** por eso **q**
* cuando **p** a si pues **q**
* de **p** derivamos **q**

TABLA DE VERDAD :

La condicional es falsa solo si su antecedente es verdadera y su consecuente es falsa , en otros casos será verdadera .

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

LÓGICA PROPOSICIONAL

II) CONDICIONAL INDIRECTA: $(q \rightarrow p)$

Consecuente y antecedente van en ese orden respectivo .

EJEMPLO: $\underbrace{\textit{Te amaré}}_{\text{Consecuente (efecto)}} \leftarrow \textit{siempre que} \ \underbrace{\textit{me respeteles}}_{\text{Antecedente (causa)}}$

Sus formas gramaticales son :

* p, si q
* p ya que q
* p puesto que q
* p porque q
* p dado que q
* p es condición necesaria para q
* p cada vez que q
* p siempre que q
* p pues q
* p supone que q
* p a condición de que q

EJEMPLO :

$\underbrace{\text{Ingresé}}_{p}\ \underbrace{\text{dado que}}_{\leftarrow}\ \underbrace{\text{me esforcé}}_{q}$

Simbolización : $q \rightarrow p$

E) BICONDICIONALES $(\leftrightarrow)$:

Sus formas gramaticales son : **«si y solo si», «solamente si», «cuando y solo cuando», «entonces y solo entonces», «es idéntico», «cada vez que y solo si»**, ..., etc.

EJEMPLO :

$\underbrace{\text{Me casaré,}}_{p}\ \underbrace{\text{si y solo si}}_{\leftrightarrow}\ \underbrace{\text{eres virgen}}_{q}$

Simbolización: $p \leftrightarrow q$ (Se lee: "p" si y sólo si "q")

TABLA DE VERDAD :

La bicondicional es verdadera sólo si los valores de sus componentes son iguales , en caso contrario es falso .

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

PROBLEMA 1

01. De estos enunciados:
   I. Toma una decisión rápida.
   II. ¡Dios mío... me cambio por mi amigo!
   III. La vida sin ella no vale nada.
   IV. Atahualpa fundó Roma.
   V. La palabra amor tiene tres letras.
   VI. ¿Por qué ella no me ama?
   VII. Deseo ingresar a la UNI

   ¿cuántas son proposiciones?

   A) 1 B) 2 C) 3
   D) 4 E) 5

Resolución:

I. Mandato

II. Signos de exclamación

III. Opinión

IV. Falso

V. Falso

VI. Signo de interrogación

VII. Deseo

Clave : "B"

PROBLEMA 2

02. Sabiendo que $[(s \leftrightarrow p)\Delta r] \vee (p \wedge q)$ es verdadera y $[(p \rightarrow q) \vee \sim r]$ es falsa, halle los valores de verdad de p, q y s, respectivamente

A) VFF B) FFV C) VVV

D) FFV E) VFV

Resolución:

$$\underbrace{[\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \rightarrow \underbrace{q}_{F})}_{F} \vee \underbrace{\sim \overset{V}{r}}_{F}]}_{F}$$

$$\underbrace{\underbrace{[\underbrace{(\overset{F}{s} \leftrightarrow \overset{V}{p})}_{F} \Delta \underbrace{r}_{V}]}_{V} \vee \underbrace{(\overset{V}{p} \wedge \overset{F}{q})}_{F}}_{V}$$

Piden:

p ≡ V ; q ≡ F ; s ≡ F

Clave : "A"

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA 3

03. Si la proposición :

$$(p \vee \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

es falsa, se afirma que :

I. $p \vee q$ es falsa

II. $r \rightarrow q$ es verdadera

III. $\sim q \rightarrow p$ es verdadera

es(son) cierta(s):

A) Sólo I B) Sólo II C) I y III

D) II y III E) I; II y III

Resolución:

$$\underbrace{\underbrace{(\overset{V}{p} \vee \overset{?}{\sim q})}_{V} \rightarrow \underbrace{(\overset{V}{p} \rightarrow \overset{F}{r})}_{F}}_{F}$$

Piden:

I. $\underbrace{\overset{V}{p} \vee \overset{?}{q}}_{V}$ es falsa

II. $\underbrace{\overset{F}{r} \rightarrow \overset{?}{q}}_{V}$ es verdadera

III. $\underbrace{\overset{?}{\sim q} \rightarrow \overset{V}{p}}_{V}$ es verdadera

$\boxed{\text{Clave : “E”}}$

PROBLEMA 4

04. Sean :

$p : 2^3 + 3^2 = 17$

$q : 6^2 = 36$

$r : 3^2 + 4^2 > 5^2$

¿cuál es el valor de verdad de los siguientes esquemas moleculares ?

( ) $(p \wedge q) \to r$

( ) $(p \to r) \wedge q$

( ) $p \wedge (q \to r)$

A) VFV B) FFF C) VVV

D) FVF E) VVF

Resolución: Se observa lo siguiente

$$\boxed{p \equiv V \,;\, q \equiv V \,;\, r \equiv F}$$

( ) $(p \wedge q) \to r$

$$\underbrace{\underbrace{(\overset{V}{p} \wedge \overset{V}{q})}_{V} \to \underbrace{r}_{F}}_{F}$$

( ) $(p \to r) \wedge q$

$$\underbrace{\underbrace{(\overset{V}{p} \to \overset{F}{r})}_{F} \wedge \underbrace{q}_{V}}_{F}$$

( ) $p \wedge (q \to r)$

$$\underbrace{\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{(\overset{V}{q} \to \overset{F}{r})}_{F}}_{F}$$

Clave : "B"

PROBLEMA 5

05. Supongamos que los dos enunciados siguientes son verdaderos:
- *Juan ama a Cristina o ama a Silvia.*
- *Si Juan ama a Cristina, entonces ama a Silvia.*

Por lo tanto, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. Juan ama a Cristina.
II. Juan ama a Silvia.
III. Juan ama a Cristina y a Silvia.
IV. Juan no ama a Silvia.

A) I, II y III B) Solo I C) Solo II
D) I y IV E) Solo IV

Resolución: Tenemos: **p ≡ Juan ama a Cristina**

q ≡ Juan ama a Silvia

Dato:

$$\underbrace{\overset{V}{p} \vee \overset{F}{q}}_{V} \qquad \underbrace{\overset{V}{p} \rightarrow \overset{F}{q}}_{F}$$

Se obtiene: **p ≡ V ; q ≡ F**

Luego:

I. $p \equiv V$

II. $q \equiv F$

III. $p \wedge q \equiv F$

IV. $\sim q \equiv V$

Clave : "D"

PROBLEMA 6

06. Dada la siguiente tabla:

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\wedge$	$(\sim q \vee \sim p)$
V	V		1	
V	F		2	
F	V		3	
F	F		4	

los valores de verdad que se deben escribir en los círculos en el orden indicado (1; 2; 3; 4) son:

A) VFVV B) FVVV C) VVFF
D) FFVV E) VFVF

Resolución:

p	q	(p	$\rightarrow$	q)	$\wedge$	$(\sim p$	v	$\sim q)$
V	V		V		F	F	F	F
V	F		F		F	F	V	V
F	V		V		V	V	V	F
F	F		V		V	V	V	V

Tautología: Todos verdaderos
Contradicción: Todos falsos
Contingencia: Algunos verdaderos y otros falsos

Clave : "D"

PROBLEMA 8

08. Luego de construir la tabla de verdad de la siguiente proposición :

$$(p - q) \rightarrow [\, r \,\Delta \sim p]$$

¿cuántas "V" y cuántas "F" aparecen, respectivamente?

A) 6; 2 B) 5; 3 C) 4; 4

D) 7; 1 E) 3; 5

Resolución: El número de combinaciones se realizará de la siguiente manera:

$\boxed{\text{Número de combinaciones : } 2^n}$

n: Número de proposiciones

Luego:

p	q	r	(p	↔	q)	→	(r	Δ	~p)
V	V	V		V		V	V	V	F
V	V	F		V		F	F	F	F
V	F	V		F		V	V	V	F
V	F	F		F		V	F	F	F
F	V	V		F		V	V	F	V
F	V	F		F		V	F	V	V
F	F	V		V		F	V	F	V
F	F	F		V		V	F	V	V

Clave : "A"

PROBLEMA 9

09. Dadas las proposiciones :

p : *Juan es comerciante*

q : *Juan es un próspero industrial*

r : *Juan es ingeniero*

simbolizar el enunciado :

"Si no es el caso que Juan sea un comerciante y un próspero industrial, entonces es ingeniero o no es comerciante"

A) $\sim(p \wedge q) \rightarrow (r \vee p)$

B) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (r \wedge p)$

C) $\sim(p \vee q) \rightarrow (r \vee p)$

D) $\sim(p \wedge q) \rightarrow (r \vee \sim p)$

E) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim r \vee p)$

Resolución:

p ≡ Juan es comerciante

q ≡ Juan es próspero industrial

r ≡ Juan es ingeniero

Al simbolizar se tiene:

$$\sim(p \wedge q) \rightarrow (r \vee \sim p)$$

Clave : "D"

PROBLEMA 10

10. Dadas las proposiciones:

p : *El hombre es bueno*

q : *El perro es fiel*

simbolizar :

"Si el hombre es malo, entonces no es cierto que el perro es fiel y su amo es bueno. Además hay que ser bueno para que el perro sea fiel"

A) $[\sim p \rightarrow \sim(q \wedge p)] \wedge (p \vee q)$

B) $[\sim p \rightarrow \sim(q \wedge p)] \wedge (p \rightarrow q)$

C) $[p \rightarrow (q \vee p)] \vee q$

D) $[\sim p \vee \sim q) \wedge (p \wedge q)$

E) $[\sim p \rightarrow \sim(q \wedge p)] \wedge (q \rightarrow p)$

Resolución:

$p \equiv$ El hombre es bueno

$q \equiv$ El perro es fiel

Al negar se tiene:

$\sim p \equiv$ El hombre es malo

$\sim q \equiv$ El perro es infiel

Al simbolizar se tiene:

$$[\sim p \rightarrow \sim (q \wedge p)] \wedge (p \rightarrow q)$$

Clave : "B"

PROBLEMA 11

11. Si:

$p(x) : x^3 = 27$

$q(x) : x - 4 = 8$

$r(x) : x^2 - 4 > 7$

halle el valor de verdad de:

( ) $[p(3) \wedge r(5)] \rightarrow [q(4) \vee r(2)]$

( ) $[p(1) \vee \sim r(2)] \leftrightarrow \sim[p(2) \vee r(2)]$

( ) $[p(3) \Delta r(2)] \Delta \sim q(4)$

A) VVF B) FFV C) FVF

D) VFF E) FVV

$$(\ ) \ \underbrace{\underbrace{[\overset{V}{p(3)} \wedge \overset{V}{r(5)}]}_{V} \rightarrow \underbrace{[\overset{F}{q(4)} \vee \overset{F}{r(2)}]}_{F}}_{F}$$

$$(\ ) \ \underbrace{\underbrace{[\overset{F}{p(1)} \vee \overset{V}{\sim r(2)}]}_{V} \leftrightarrow \underbrace{\sim[\overset{F}{p(2)} \vee \overset{F}{r(2)}]}_{V}}_{V}$$

$$(\ ) \ \underbrace{\underbrace{[\overset{V}{p(3)} \Delta \overset{F}{r(2)}]}_{V} \Delta \underbrace{\sim q(4)}_{V}}_{F}$$

Resolución:

$p(1) = F$; $p(2) = F$; $p(3) = V$

$q(4) = F$

$r(2) = F$; $r(5) = V$

Clave : "C"

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA 14

14. Si $p \,\Delta\, q$ es falso y $\sim t \leftrightarrow r$ es verdadera, hallar el valor de verdad de:

( ) $(t \wedge r) \to (p \vee q)$

( ) $p \to (t \,\Delta\, r)$

( ) $(\sim p \vee q) \leftrightarrow (p \,\Delta \sim q)$

A) VVV B) VVF C) VFV

D) FFV E) FFF

( ) $\underbrace{\underbrace{(t \wedge r)}_{F} \to \underbrace{(p \vee q)}_{?}}_{V}$

( ) $\underbrace{\underset{?}{p} \to \underbrace{(t \,\Delta\, r)}_{V}}_{V}$

( ) $\underbrace{\underbrace{(\sim p \vee q)}_{V} \leftrightarrow \underbrace{(p \,\Delta \sim q)}_{F}}_{F}$

Resolución:

$\underbrace{(p \,\Delta\, q)}_{F}$

Los valores de verdad de p y q deben ser iguales

$\underbrace{(\sim t \leftrightarrow r)}_{V}$

Los valores de verdad de t y r deben ser diferentes

Clave : "B"

PROBLEMA

Resolución:

QuédateEnCasa


¡GRACIAS !
PITAGORAS
ACADEMIA